

Faktorisieren: Wann kommt was?

Das ganze Thema „Faktorisieren“ kann sehr verwirrend sein. Mit diesem Blatt soll dir zusammenhängend gezeigt werden wann du was machen musst.

WICHTIG: Faktorisieren bedeutet VEREINFACHEN.

Beispiel 1: $6x^3y^2 - 3x^2y$ Was kann man machen? **Ausklammern!!!**

$3x^2y \cdot (2xy - 1)$ Denjenigen Term, der bei beiden vorkommt nimmt man vor die Klammer!

Beispiel 2: $5a + ab - 5b - b^2$ Was kann man tun? **Ausklammern!!!**

$a(5 + b) - b(5 + b)$ ACHTUNG: Vorzeichen. Da bei beiden die Gleiche Klammer entsteht kann man die „a“ und die „-b“ noch in einer Klammer zusammenfassen.

$(a - b)(5 + b)$ In zwei Schritten kommt man also auf dieses Resultat.

Beispiel 3: $\frac{36x^2}{\downarrow 6x} + 132x + \frac{121}{\downarrow 11}$ Da steckt sicher die **1. binomische Formel** dahinter. Ziel ist eine Klammer der Form $(a+b)^2$.

Kontrolle: $(6x + 11)^2 = 36x^2 + (2 \cdot 6x \cdot 11) + 121 = 36x^2 + 132x + 121$

Wenn der „Mittlere Teil“ des Terms vorhanden ist und immer eine „+“ steht, dann kannst du dich darauf verlassen, dass die **1. binomische Formel** dahinter steckt.

Beispiel 4: $\frac{4x^2}{\downarrow 2x} - 20xy + \frac{25y^2}{\downarrow 5y}$ Da steckt sicher die **2. binomische Formel** dahinter. Ziel ist eine Klammer der Form $(a-b)^2$.

Kontrolle: $(2x - 5y)^2 = 4x^2 - (2 \cdot 2x \cdot (-5y)) + 25y^2 = 4x^2 - 20xy + 25y^2$

Wenn der „Mittlere Teil“ des Terms vorhanden ist und zudem negativ (-), so kannst du dich darauf verlassen, dass die **2. binomische Formel** dahinter steckt.

Beispiel 5: $\frac{(x^4 - y^4)}{\downarrow x^2 \quad \downarrow y^2}$ Da steckt sicher die **3. binomische Formel** dahinter. Ziel sind zwei Klammern der Form $(a+b)(a-b)$.

Kontrolle: $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = x^4 - \cancel{x^2y^2} + \cancel{x^2y^2} - y^4$

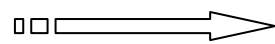
Der Mittlere Teil fehlt völlig. Da kannst dich darauf verlassen, dass die **3. binomische Formel** dahinter steckt.

Beispiel 6: $x^2 + 2x - 15$

Wenn das „ x^2 “ alleine steht kann man mit grosser Sicherheit sagen, dass man den Term in zwei **Linearfaktoren** zerlegen kann!!

$$p=2, q=-15$$

$$(a+b)=p=2 \quad (ab)=q=-15 \quad (a \& b \text{ herausfinden mit Probieren})$$



$$a = 5 \quad b = -3 \quad (\text{kann man einsetzen und kontrollieren!!})$$

Resultat: $x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

Beispiel 7: $7x^2 - 14x - 105 = 0$

Es handelt sich zweifellos um eine **Gleichung**. Ziel ist es Werte für x zu finden, welche diese Gleichung erfüllen. Was kann man tun?

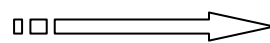
Schau dir die Gleichung ganz genau an und versuche die Möglichkeiten des „Vereinfachens“ auszuschöpfen.

$$7(x^2 - 2x - 15) = 0$$

Mit **Ausklammern** kann man die Gleichung vereinfachen. Nun zerlegt man die entstanden „neue“ Klammer in zwei Linearfaktoren.

$$(x^2 - 2x - 15) \quad p = -2, q = -15$$

$$p = (a+b) = -2, q = (ab) = -15 \quad (a \& b \text{ herausfinden mit Probieren})$$



$$a = -5 \quad b = 3 \quad (\text{kann man einsetzen und kontrollieren!!})$$

Resultat: $7(x^2 - 2x - 15) = 7(x - 5)(x + 3) = 0$

Was muss man nun für x einsetzen, damit die Gleichung stimmt? Wenn du die beiden Klammern genau betrachtest siehst du es sehr schnell:

$$\begin{array}{cc} (x-5)(x+3) & \\ \swarrow \quad \searrow & \\ x=5 & x=-3 \end{array}$$

Du musst jeweils das „Gegenteil“ einsetzen!

So wird jeweils eine der beiden Klammern 0.

Und etwas mit „0“ multipliziert gibt „0“.

$$L = \{-3, 5\} \quad \text{oder} \quad x_1 = -3, x_2 = 5$$

Beispiel 8: $\frac{3x+9y}{9x^2-81y^2}$

Ziel ist es nun diesen **Bruch** zu vereinfachen, sprich zu kürzen!! Was kann man tun? Der Nenner sieht nach einer 3. binomischen Formel aus.

$$\frac{\cancel{3x+9y}}{(\cancel{3x+9y})(3x-9y)}$$

Nun kann man den Faktor (3x+9y) kürzen. Übrig bleibt:

$$\frac{1}{3x-9y}$$

Weiter kann man nicht mehr „Faktorisieren“.