
Faktorisieren

Unter Faktorisieren versteht man das Zerlegen eines Terms in mindestens 2 Faktoren. Wir werden 4 Varianten kennen lernen.

1. Ausklammern

Ausklammern bedeutet, dass man einen gemeinsamen Faktor vor eine Klammer setzt.

Beispiel 1: $xy + xz$ bei beiden „Teilen“ kommt ein x vor
 $x(y+z)$ nun setzt man das x vor die Klammer

Beispiel 2: $16a^2b - 8b^2$ bei beiden Teilen kommt 8b vor
 $8b(2a^2 - b)$ nun setzt man das 8b vor die Klammer

2. Zweimaliges teilweises Ausklammern

Das bedeutet, dass man nur einzelne Teile eines ganzen Terms ausklammert.

Beispiel 1: $ax + bx - cy + dy$ Bei den ersten zwei Teilen kann man x ausklammern, bei den hinteren zwei y

$x(a+b) + y(-c+d)$ Achtung mit (+) und (-)!!!!

Beispiel 2: $a^2 + ab + ac + bc$ 1. Schritt: Teile faktorisieren
 $a(a+b) + c(a+b)$ 2. Schritt: Der gemeinsame Faktor (a+b) kann ausgeklammert werden.

$(a+b)(a+c)$ Mehr kann man nicht mehr faktorisieren

3. Mit binomischen Formeln

Die bekannten binomischen Formeln kann man nun zum Faktorisieren gebrauchen.

Beispiel 1: $36x^2 + 132x + 121$ wird nun in die Form $(a+b)^2$ gebracht.
(1. binomische Formel)

$(6x+11)^2$ $(6x)^2 + 2(6x)(11) + 11^2$

Beispiel 2: $36x^2 - 60xy + 25y^2$ wird nun in die Form $(a-b)^2$ gebracht.
(2. binomische Formel)

$(6x - 5y)^2$ $(6x)^2 - 2(6x)(5y) + (-5y)^2$

Beispiel 3: $36 - n^2$ wird nun in die Form $(a+b)(a-b)$ gebracht
(3. binomische Formel)

$(6+n)(6-n)$ $36 - 6n + 6n - n^2$

4. Zerlegung in Linearfaktoren

Ausgangslage: $x^2 + px + q \implies (x+a)(x+b)$

Der Term $x^2 + px + q$ soll also als Produkt zweier Binomen geschrieben werden!

$$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a+b)x + ab \quad (a+b) = p \quad ab = q$$

Beispiel 1: $x^2 + 6x + 8 = (x+a)(x+b)$ also $p=6, q=8$

$$p = (a+b) = 6 \quad q = ab = 8 \quad a=2, b=4 \quad (\text{durch Probieren})$$

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

Beispiel 2: $x^2 - x - 6 = (x+a)(x+b)$ also $p = (-1), q = (-6)$

$$p = (a+b) = -1 \quad q = ab = -6 \quad a = (-2), b = 3 \quad (\text{durch Probieren})$$

$$x^2 - x - 6 = (x-2)(x+3)$$

Anwendung bei Gleichungen

Wir können dies nun für die Lösung von Gleichung zweiten Grades gebrauchen:
Zweiten Grades bedeutet, dass ein x^2 vorkommt!!

Wichtig: $ax^2 + bx + c = 0$ Form muss immer so sein!!!!

Ziel: Herausfinden was man für x einsetzen kann!!!!

Beispiel: $x^2 + 9x + 20 = 0$ In Linearfaktoren zerlegen! (siehe oben)

$$(x+4)(x+5) = 0 \quad \text{Was kann man nun für } x \text{ einsetzen?}$$

Lösungsmenge: $L = \{-4, -5\}$ Denn die Gleichung muss 0 werden und
Irgendwas mit 0 multipliziert gibt 0.